

LYCÉE DE HÉDZRANAWOÉ	Devoir de maison de Mathématiques distribué le jeudi 19 décembre 2013	Année scolaire : 2013-2014
BP : 30280 LOMÉ		Classe : 2 ^{nde} S ₂
Tel : 22 26 00 00		A rendre le 06-01-2014

La qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements entreront pour une part importante dans l'appréciation des copies.

Exercice 1

Déterminer l'ensemble de définition de chacune des fonctions suivantes :

$$1) f: \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R} \\ x \longmapsto \sqrt{2 - |x + 3|}$$

$$2) g: \mathbb{R} \longrightarrow [-2; 0] \\ x \longmapsto |x - 2| - 3$$

$$3) h: \mathbb{R} \longrightarrow \left[\frac{4}{7}; \frac{5}{3} \right] \\ x \longmapsto E(2x - 3)$$

$$4) u:]-\infty; 0] \longrightarrow \mathbb{R} \\ x \longmapsto \sqrt{x + 3}$$

$$5) v: \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R} \\ x \longmapsto \frac{1 - x^2}{2 + E(x + 1)}$$

$$6) w: \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R} \\ x \longmapsto \frac{1}{(2x + 1)^2 - (x - 3)^2}$$

Exercice 2

On considère un triangle ABC dont le centre de gravité est G , et on désigne par A' le milieu de $[BC]$.

- 1) a) Démontrer : $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \vec{0}$.
b) Pour $M \in \mathcal{P}$, exprimer $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}$ en fonction de $\overrightarrow{MG}$.
c) Déterminer et placer le point D vérifiant $\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DB} + \overrightarrow{DC} = 3\overrightarrow{AB}$.
d) Déterminer la nature du quadrilatère $ABGD$.

- 2) On appelle I et J les milieux respectifs de $[AB]$ et $[AC]$.

- a) Construire le point K tel que $3\overrightarrow{CK} = \overrightarrow{CB}$.
b) Prouver que les points A, J et K sont alignés.

- 3) On note E le point vérifiant $\overrightarrow{EA} + \overrightarrow{EB} - \overrightarrow{EC} = \vec{0}$.

- a) Construire le point E .
b) Montrer que les points C, G et E sont alignés.

Exercice 3

On considère les fonctions f et g respectivement définies sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = \frac{3x^2 + 1}{x^2 + 1}$ et $g(x) = 3x - 2$.

Le plan étant rapporté à un repère orthonormal $(O, \vec{i}, \vec{j})$, on prendra pour unité graphique 1 cm.

- 1) Montrer : $\forall x \in \mathbb{R}, f(x) = 3 - \frac{2}{x^2 + 1}$.
- 2) a) Prouver : $\forall x \in \mathbb{R}, 0 < \frac{1}{x^2 + 1} \leq 1$.
b) Dédire : $\forall x \in \mathbb{R}, 1 \leq f(x) < 3$.
c) Donner alors un minorant et un majorant de f .
- 3) a) Étudier les variations de f sur $]-\infty; 0[$.
b) Étudier les variations de f sur $]0; +\infty[$.
c) Dresser alors le tableau de variations de f .
- 4) a) Montrer : $\forall x \in \mathbb{R}, f(-x) = f(x)$.
b) Calculer $f(-4), f(-3), f(2)$ et $f(1)$.
c) Déterminer $g(0)$ et $g^{-1}(0)$.
- 5) Construire les courbes $(\mathcal{C}_f)$ et $(\mathcal{C}_g)$.