

COMPOSITION DU PREMIER SEMESTRE
EPREUVE DE MATHEMATIQUE 1^{ère} S

Exercice 1

- 1) Soit α un nombre réel de l'intervalle $]0; \frac{\pi}{2}[$ tel que $\cos \alpha = \frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$
 - a- Vérifier que $\left(\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}\right)^2 = \frac{2-\sqrt{3}}{4}$. En déduire la valeur de $\sin \alpha$.
 - b- Calculer $\cos 2\alpha$ et en déduire la valeur de α .
- 2) Soit (E) l'équation $x \in \mathbb{R}, [(\sqrt{6} + \sqrt{2}) \cos 2x + (\sqrt{6} - \sqrt{2}) \sin 2x]^2 = 4$
 - a- Démontrer que l'équation (E) est équivalente à $\cos^2\left(2x - \frac{\pi}{12}\right) = \frac{1}{4}$
 - b- Résolvez alors l'équation et placez les points images des solutions sur le cercle trigonométrique.
- 3) Résolvez dans $]-\pi; \pi]$ l'inéquation $[(\sqrt{6} + \sqrt{2}) \cos 2x + (\sqrt{6} - \sqrt{2}) \sin 2x]^2 \geq 4$

Exercice 2

ABC est un triangle rectangle en A, tel que $BC = 2a$ et G le barycentre de $(A; 4), (B; -1), (C; -1)$.

- 1) Démontrer que G et le milieu du segment $[BC]$ sont symétriques par rapport au point A.
- 2) Démontrer que pour tout point M du plan, on a $4MA^2 - MB^2 - MC^2 = 2MG^2 + 4GA^2 - GB^2 - GC^2$.
- 3) Soit $(E) = \{M \in (P) / 4MA^2 - MB^2 - MC^2 = -4a^2\}$. Vérifiez que $A \in (E)$ puis déterminez et construisez l'ensemble (E).

Problème

- A- Soit la fonction f de $\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ donnée par : $f(x) = ax + b + \frac{2}{2x-1}$ où a et b sont des réels.
Déterminer les réels a et b sachant que la courbe représentative de f passe par le point A(1; 5) et que la tangente à (C_f) en A possède pour coefficient directeur -3.
- B- Soit la fonction g de $\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ donnée par : $g(x) = \frac{2x^2+3x}{2x-1}$ et soit (C_g) sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$.
- 1)
 - a- Déterminez l'ensemble de définition de g.
 - b- Calculez les limites aux bornes de l'ensemble de définition.
 - c- Calculez la dérivée de la fonction g.
 - d- Etudiez le sens de variation de g et établissez son tableau de variation.
 - 2)
 - a- Montrez que la droite $(\mathcal{D})$ d'équation $y = x + 2$ est asymptote à la courbe (C_g)
 - b- Donnez la position relative de (C_g) et $(\mathcal{D})$
 - c- Déterminez l'autre asymptote à (C_g) et montrez que le point d'intersection de ces asymptotes est centre de symétrie de (C_g) .
 - 3)
 - a- Déterminez les points d'intersection de (C_g) avec l'axe $(O, \vec{i})$
 - b- Construisez (C_g) . (Unité graphique 1cm)
 - 4) Utiliser la courbe pour déterminer le nombre et le signe des solutions de l'équation :
 $x \in \mathbb{R}, 2x^2 + (3 - 2m)x + m = 0$
- C- On considère la fonction $h : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ donnée par : $h(x) = \frac{3|x|-2x^2}{2|x|+1}$
- 1) Etudier la parité de h.
 - 2) Montrez que les fonctions g et h coïncident sur l'intervalle $]-\infty; 0]$.
 - 3) Comment obtient-on la courbe représentative (C_h) de h à partir de (C_g)
 - 4) Construire dans le même repère que (C_g) , la courbe (C_h) .

BONNE COMPOSITION