

LYCÉE DE HÉDZRANAWOÉ	Composition du 1 ^{er} semestre Epreuve de Mathématiques	Année scolaire : 2012-2013
BP : 30280 LOMÉ		Classe : 1 ^{ère} D
Tel : 22 26 00 00		Durée : 4h

Exercice 1 (5,5 points)

Pour $\alpha \in \mathbb{R}$, on considère la fonction f_α définie sur $\mathbb{R}$ par $f_\alpha(x) = x^2 - (2\alpha + 1)x + \alpha^2 + \alpha - 6$ et on désigne par $(\mathcal{C}_\alpha)$ sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

- 1) Déterminer le nombre de courbes $(\mathcal{C}_\alpha)$ qui passent par le point O . (0,5 pt)
- 2) Déterminer l'ensemble A des valeurs de α pour lesquelles $(\mathcal{C}_\alpha)$ coupe la droite $(\mathcal{D}) : y = x - 6$. (1,5 pts)
- 3) On considère l'équation $(E) : f_\alpha(x) = 0$, d'inconnue x .
 - a) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation (E) . (1 pt)
(Les solutions de (E) sont notées x_1 et x_2).
 - b) Déterminer les valeurs de α pour lesquelles x_1 et x_2 vérifient l'inéquation $2x + 3 \geq 9$. (1 pt)
- 4) Déterminer un trinôme du second degré dont $X_1 = 2x_1 + 3$ et $X_2 = 2x_2 + 3$ sont les zéros. (1,5 pts)

Exercice 2 (5 points)

L'office du tourisme d'une ville décide de renouveler le mobilier d'un jardin public. Pour cela, il est nécessaire d'acheter au moins 39 tables de pique-nique, 40 bancs publics et 108 poubelles.

Les deux fournisseurs contactés proposent chacun un type de lot :

Lot	Tables	Bancs	Poubelles	Coût du lot (en milliers de francs)
Lot A	1	3	4	35
Lot B	3	2	6	60

On cherche à déterminer le nombre x de lots A et le nombre y de lots B à acheter pour que la dépense soit minimale.

- 1) Traduire les contraintes sous la forme d'un système (Σ) d'inéquations portant sur x et y . (0,75 pt)
- 2) Résoudre le système (Σ) . (1 pt)
(on prendra 0,5 cm pour unité graphique).
- 3) On note d , la dépense occasionnée par l'achat de x lots A et de y lots B.
 - a) Exprimer d en fonction de x et y . (0,25 pt)
 - b) Déterminer l'équation réduite de la droite (Δ_x) vérifiée par x et y . (0,5 pt)
 - c) Représenter graphiquement la droite (Δ_x) dans le cas particulier où $d = 1\,500\,000$. (0,5 pt)
- 4) a) Déterminer à l'aide du graphique le nombre de lots de chaque type à acheter pour obtenir une dépense minimale d_m . (0,75 pt)
- b) Calculer cette dépense d_m . (0,5 pt)
- 5) L'office du tourisme dispose d'un budget $B = 1\,100\,000$ F.
 - a) Peut-il réaliser cet achat ? (0,25 pt)
 - b) Déterminer graphiquement un couple $(x; y)$ correspondant à une dépense de B . (0,5 pt)

Exercice 3 (5 points)

On considère un triangle ABC et on désigne par I, J, K les milieux respectifs de $[BC]$, $[AC]$, $[AB]$.

- 1) On pose $a = BC$, $b = AC$ et $c = AB$.
 - a) Montrer : $AI^2 = \frac{1}{2}c^2 + \frac{1}{2}b^2 - \frac{1}{4}a^2$. (0,5 pt)
 - b) Montrer : $BJ^2 = \frac{1}{2}c^2 + \frac{1}{2}a^2 - \frac{1}{4}b^2$. (0,5 pt)
 - c) Montrer : $CK^2 = \frac{1}{2}b^2 + \frac{1}{2}a^2 - \frac{1}{4}c^2$. (0,5 pt)
- 2) On appelle G , le centre de gravité du triangle ABC .

- a) Etablir la relation : $AG^2 = \frac{2}{9} \left(c^2 + b^2 - \frac{1}{2}a^2 \right)$. (0,5 pt)
- b) Etablir de même, les expressions de BG^2 et CG^2 en fonction de a, b, c . ($2 \times 0,5$ pt)
- c) Montrer alors : $AG^2 + BG^2 + CG^2 = \frac{1}{3}(a^2 + b^2 + c^2)$. (0,5 pt)
- 3) On suppose maintenant que ABC est un triangle équilatéral.
- a) Déterminer l'ensemble (E) des points M du plan tels que $MA^2 + MB^2 + MC^2 = 13a^2$. (1 pt)
- b) Construire (E) dans le cas $a = 2$. (0,5 pt)

Exercice 4 (4,5 points)

On considère un triangle ABC rectangle en A tel que $AB = 2a$ et $AC = 4a$, avec $a \in \mathbb{R}_+^*$. On désigne par G le barycentre des points pondérés $(A, 1)$, $(B, 4)$ et $(C, 3)$.

- 1) Exprimer AG^2 , BG^2 et CG^2 en fonction de a . ($3 \times 0,5$ pts)
- 2) On pose $H = \text{bar} \{ (A, 1), (C, 3) \}$.
- a) Montrer que G est milieu du segment $[BH]$. (0,5 pt)
- b) Construire le triangle ABC et placer les points H et G . (0,5 pt)
- 3) Déterminer et construire l'ensemble $(E) = \left\{ M \in \mathcal{P} / MA^2 + 4MB^2 + 3MC^2 = 64a^2 \right\}$. (2 pts)

Pour les répétitions, contacter CJEDP au (+228) 981972921 ou 98104312 www.cjedp.moh.gov.in