

COMPOSITION DU PREMIER SEMESTRE
EPREUVE DE MATHÉMATIQUE 2^{nde} S

Activités Numériques

Exercice I (4pts)

- 1) Ecrire sous forme de : $2^n \times 3^p \times 5^q$ avec $n \in \mathbb{Z}$ et $q \in \mathbb{Z}$ (1,5pt)

$$A = \frac{5^3 \times 8^3 \times 9^3}{15^2 \times 12^4} \quad B = \frac{12^3 \times 15^{-3}}{5^{-2} \times 2^3} \quad C = \frac{(0,2)^3 \times 10^4}{2^3 \times 81} + \frac{-3^3 \times 15}{2^3 \times 12^5}$$

- 2) Ecrire sous forme de produit de puissance de a, b et c ($\neq 0$)

$$D = \left(\frac{a^3}{c}\right)^2 \div \frac{[(a^7)^5 b^{-2} (c^{-3})^{-2}]^{-1}}{[ab^2(c^{-2})^{-3}]^2} \quad (1\text{pt})$$

- 3) Calcul (1,5pt)

$$E = \frac{-1^6(2^3)(-7)^2}{21^2(-6)^3} \quad F = \frac{3 - \frac{1}{4}}{2 + \frac{1}{4}} \times \frac{\frac{4}{15} - \frac{1}{10}}{\frac{2}{3} - \frac{1}{6}} + \frac{1 + \frac{2}{5}}{2 - \frac{1}{5}}$$

Exercice II (9pts)

- 1) A et b étant deux réels strictement positifs, on définit A, G, H par

$$A = \frac{a+b}{2} \quad G = \sqrt{ab} \quad \frac{2}{H} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b}$$

- a- Calculer A, G, H sachant que $a = \sqrt{7}$ et $b = 4\sqrt{7}$ (0,75pt)

Comparer A, G et H (justifier) (0,5pt)

- b- Même question pour $a = 2^4$ et $b = 2^2 \times 3^2$ (1,25pt)

- 2) Soit $x = 3,25 \cdot 10^9$ et $y = 8 \cdot 10^8$. Donner l'écriture scientifique des nombres suivants :

$$x + y; \quad x - y; \quad x \times y; \quad \frac{x}{y} \quad (2\text{pts})$$

- 3) On pose: $|x| < 1$ et $|y| < 1$

- a- En utilisant les propriétés des inégalités, montrer que $|xy| < 1$.

En déduire que $1 + xy > 0$. (0,5 + 0,25)pt

- b- Développer $(1-x)(1-y)$ puis $(1+x)(1+y)$ (0,5pt)

- c- Montrer que $\left|\frac{x+y}{1+xy}\right| < 1$ (1pt)

- 4)

- a- Montrer que pour tout $x \neq -1$, $\frac{1}{1+x} = 1 - x + \frac{x^2}{1+x}$ (1pt)

- b- Montrer que pour tout $x \geq -\frac{1}{2}$, $0 \leq \frac{1}{1+x} \leq 2$ (0,5pt)

En déduire que pour $x \geq -\frac{1}{2}$, $0 \leq \frac{x^2}{1+x} \leq 2x^2$ puisque $1-x$ est une valeur approchée de $\frac{1}{1+x}$ par défaut à $2x^2$ près. (0,5pt)

- c- A l'aide du résultat précédent, donner une valeur approchée par défaut de $\frac{1}{1,01}$ (0,25pt)

Activités géométriques

Exercice I (4pts)

- 1) Le plan est muni du repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

On donne le point $A \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \end{pmatrix}$, les vecteurs $\vec{u} = \vec{i} + \vec{j}$ et $\vec{v} = \vec{i} - \vec{j}$

- a- Démontrer que $(\vec{u}, \vec{v})$ est une base de $\mathcal{V}$. (0,25pt)
b- Quelles sont les coordonnées de $\vec{i}$ et de $\vec{j}$ dans la base $(\vec{u}, \vec{v})$? (2×0,25pt)
c- Un point M a pour coordonnées (x, y) dans le repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$ et (x', y') dans $(A, \vec{u}, \vec{v})$

Exprimer x' et y' en fonction de x et y . (1pt)

- 2) Soit $(\mathcal{C})$ un cercle de centre O, M un point intérieur à $(\mathcal{C})$ et $(\mathcal{D})$ une droite passant par O et ne contenant pas M.

Construire les points A de $(\mathcal{D})$ et B de $(\mathcal{C})$ tels que :

- a- $\vec{OA} + \vec{OB} = \vec{OM}$ (1,25pt)
b- $\vec{OA} - \vec{OB} = \vec{OM}$ (1pt)

Exercice II (3pts)

Soit ABC un triangle isocèle de sommet A tel que $BC = a$ et $\text{Mes}(\widehat{BA}, \widehat{BC}) = \frac{2\pi}{3}$. La

bissectrice de l'angle $\widehat{ABC}$ coupe le côté $[AC]$ en D. Faire une figure. (0,25pt)

- 1) Démontrer que $AD = BD = a$ (0,25pt)
2) Démontrer que $AB = 2a \cos \frac{\pi}{5}$ et $CD = 2a \cos \frac{2\pi}{5}$

En déduire que $\cos \frac{\pi}{5} - \cos \frac{2\pi}{5} = \frac{1}{2}$ (0,75pt)

- 3) On appelle H le projeté orthogonal de A sur (BC)

Calculer BH en fonction de A de deux manières différentes et en déduire que $\cos \frac{\pi}{5} \cos \frac{2\pi}{5} = \frac{1}{4}$ (0,5+0,25)pt

- 4) En remarquant que $(x + y)^2 = (x - y)^2 + 4xy$, calculer : $\cos \frac{\pi}{5}$ et $\cos \frac{2\pi}{5}$ (2× 0,25pt)

- 5) Calculer $\sin \frac{\pi}{5}$ (0,25pt)

BONNE COMPOSITION