

LYCÉE DE HÉDZRANAWOÉ	Composition du 2 ^e semestre	Année scolaire : 2012-2013
BP : 30280 LOMÉ	Epreuve de Mathématiques	Classe : Terminale A ₄
Tel : 22 26 00 00		Durée : 2h

Exercice 1 (4 points)

Monsieur OUSMANE désire acheter une voiture qui, au 1^{er} janvier 2013, coûte 9 000 000 FCFA. Cependant, il ne dispose que de 7 700 000 FCFA et il se refuse de prendre un crédit. Il décide alors de placer cette somme dans un organisme financier qui lui propose un placement au taux annuel de 7% d'intérêts composés.

Pour tout entier naturel n , on note u_n le capital dont dispose monsieur OUSMANE au 1^{er} janvier de l'année 2013 + n .

- Calculer u_1 et u_2 . (2 × 0,5 pt)
- Montrer que la suite (u_n) est une suite géométrique que l'on caractérisera. (1 pt)
 - Exprimer u_n en fonction de n . (0,5 pt)
- On admet que le prix de la voiture augmente régulièrement de 3% au 1^{er} janvier de chaque année. Pour tout entier naturel n , on note v_n le prix de la voiture au 1^{er} janvier de l'année 2013 + n . Exprimer v_n en fonction de n . (1 pt)
- A partir de quelle année, monsieur OUSMANE pourra-t-il acheter la voiture? (0,5 pt)

NB : Lors d'un placement avec intérêts composés, chaque année, les intérêts sont ajoutés au capital et deviennent à leur tour générateurs d'intérêts.

Exercice 2 (4,5 points)

On lance deux dés cubiques équilibrés dont les faces sont numérotées de 1 à 6.

- Représenter les éventualités dans un tableau à double entrées. (0,75 pt)
 - Déduire le cardinal de l'univers Ω . (0,25 pt)
- Déterminer la probabilité de chacun des événements suivants : (4 × 0,5 pts)
 - A : « obtenir exactement un 1 »
 - B : « obtenir au moins un 1 »
 - C : « obtenir au plus un 1 »
 - D : « le plus petit des deux numéros est 4 ».
- Déterminer la probabilité de chacun des événements suivants : (1,5 pts)
 - E : « la somme des deux numéros est égale à 7 »
 - F : « la somme des deux numéros est strictement supérieure à 10 ».

Problème (11,5 points)

A) On appelle g la fonction définie par $g(x) = e^{2x} - 5e^x + 4$.

- Etudier, suivant les valeurs de t , le signe de $t^2 - 5t + 4$. (1 pt)
- Etudier alors, suivant les valeurs de x , le signe de $g(x)$. (1 pt)

B) On considère la fonction f définie par $f(x) = x + 1 + \frac{1}{e^x - 2}$ et on note $(\mathcal{C})$ sa courbe représentative dans le plan rapporté à un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$ d'unité graphique 0,5 cm.

- Déterminer l'ensemble de définition D de f . (0,5 pt)
- Déterminer les limites de f aux bornes de D . (2 pts)
 - Déduire l'existence d'une asymptote verticale (0,5 pt)
- Montrer que la droite $(\Delta_1): y = x + \frac{1}{2}$ est une asymptote à $(\mathcal{C})$ en $-\infty$. (1 pt)
 - Montrer que la droite $(\Delta_2): y = x + 1$ est une asymptote à $(\mathcal{C})$ en $+\infty$. (1 pt)
- Montrer que pour $x \in D$, on a $f'(x) = \frac{g(x)}{(e^x - 2)^2}$. (1 pt)
 - Déduire les variations de f , puis dresser son tableau de variations. (1,5 pts)
- Construire la courbe $(\mathcal{C})$ ainsi que ses asymptotes. (2 pts)