

LYCÉE DE HÉDZRANAWOË	Composition du 2 ^e semestre Epreuve de Mathématiques	Année scolaire : 2012-2013
BP : 30280 LOMÉ		Classe : 2 ^{nde} S
Tel : 22 26 00 00		Durée : 3h

Exercice 1 (8 points)

On considère les fonctions polynômes $S : x \mapsto 4x^2 + 5x + 1$ et $P_m : x \mapsto 4x^3 + (5 - 8m)x^2 + (1 - 10m)x - 2m$, où m est un nombre réel.

- 1) a) Déterminer la forme canonique de S . (0,75 pt)
b) Vérifier que pour $x \in \mathbb{R}$, on peut écrire $S(x) = (2x + 2)\left(2x + \frac{1}{2}\right)$. (0,5 pt)
c) Etudier, suivant les valeurs de x , le signe de $S(x)$. (1 pt)
- 2) a) Vérifier que 2 est un zéro de P_1 . (0,5 pt)
b) Montrer que pour $x \in \mathbb{R}$, on a $P_1(x) = (x - 2)(4x^2 + 5x + 1)$. (0,5 pt)
c) Etudier alors, suivant les valeurs de x , le signe de $P_1(x)$. (0,75 pt)
- 3) a) Montrer que le réel $2m$ est un zéro de P_m . (0,5 pt)
b) Déterminer une fonction Q telle que $P_m(x) = (x - 2m)Q(x)$. (0,75 pt)
c) Déterminer alors la forme factorisée de P_m . (0,5 pt)
- 4) On considère la fonction rationnelle $F_m : x \mapsto \frac{(x - 2m)(4x^2 + 5x + 1)}{x^2 + 5x + 4}$
a) Donner l'ensemble de définition D de F_m . (1 pt)
b) Simplifier $F_m(x)$ sur D . (0,5 pt)
- 5) On considère la fonction $h : x \mapsto 4x + 1$.
Pour quelle valeur de m , F_m coïncide-t-elle sur D avec h ? (0,75 pt)

Exercice 2 (5 points)

A) Simplifier les expressions suivantes :

- 1) $A(x) = \cos\left(x + \frac{\pi}{2}\right) + \cos\left(x - \frac{\pi}{2}\right)$ (0,5 pt)
- 2) $B(x) = \sin(\pi - x) + \cos(\pi + x) + \sin(2\pi - x) + \cos(2\pi + x)$ (0,75 pt)
- 3) $C(x) = \tan\left(\frac{\pi}{2} - x\right) + \frac{1}{\tan\left(\frac{\pi}{2} + x\right)} - \tan\left(\frac{\pi}{2} + x\right) - \frac{1}{\tan\left(\frac{\pi}{2} - x\right)}$. (0,75 pt)

B) Déterminer les mesures principales des angles dont les mesures sont :

(4 × 0,75 pts)

- 1) $u = 153\pi$
- 2) $v = -\frac{43\pi}{4}$
- 3) $x = \frac{1047\pi}{2}$
- 4) $y = -\frac{469\pi}{5}$

Exercice 3 (7 points)

Dans le plan rapporté au repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$, on considère la droite $(\mathcal{D}) : x - 2y - 2 = 0$, le point $\Omega(1; 2)$ et l'ensemble $(\Gamma) : \{M(x, y) \in \mathcal{P} \mid x^2 + y^2 - 2x - 4y = 0\}$.

- 1) Caractériser l'ensemble (Γ) . (1 pt)
- 2) Montrer que $(\mathcal{D})$ est tangente à (Γ) en un point A dont on précisera les coordonnées. (1 pt)
- 3) Soit $B(-4; -3)$ un point du plan.
a) Montrer que B appartient à la droite $(\mathcal{D})$. (0,25 pt)
b) Tracer (Γ) et $(\mathcal{D})$, puis placer les points A et B . (1 pt)
- 4) On désigne par (Δ) la droite passant par A et perpendiculaire à la droite (ΩB) .
a) Déterminer une représentation paramétrique de la droite (Δ) . (0,75 pt)
b) Trouver les coordonnées du point B' , intersection de (Δ) et (Γ) . (1 pt)
c) Ecrire une équation cartésienne de la droite (BB') . (0,75 pt)
d) Prouver que (BB') est tangente à (Γ) . (0,75 pt)
- 5) Prouver que le triangle ΩAB est rectangle en A . (0,5 pt)